大学の研究・動向

“コンピュータ至当時代”の制御理論研究とその応用

工学研究科　電気工学専攻　電気システム論講座　自動制御工学分野
教授　萩　原　朋　道
hagiwara@kuee.kyoto-u.ac.jp
助手　蛯　原　義　雄
ebihara@kuee.kyoto-u.ac.jp

1．はじめに

制御工学は、あえて一言で片付けるなら、与えられた「もの」（ハードウェア）をその「もの」ならしめるための工学、すなわち、それが所望の動作を行い、高い効率を発揮することを可能とするための工学であり、最終的にその動作が目に見えるハードウェアが主役であるとするならば、裏方ともいえる技術に関する工学である。その中にあって、当研究室では、制御技術をさらに下支えし、制御性能の一層の向上を図るための、あるいは、不可能を可能とするための数理的な制御理論・制御手法の開発をベースとする基礎的な研究を行っている。

本稿で当研究室の研究について紹介するにあたり、まずはじめに、２節では、当研究室で実験も含めて取り組んでいる、空気圧サーボ系に関する研究について紹介したい。このことは、この研究テーマが本研究室におけるもっとも主要なテーマであるということを必ずしも意味するものではないが、専門分野の異なる読者に対してもっともわかりやすいと思われる話題からはじめさせていただくと同時に、３節以降で述べるような（純粋理論的）研究テーマの目指す方向性の背景等をご理解いただくための一助になればと考える次第である。続いて、コンピュータを利用することがごく当然の時代にあっての制御理論面での基礎的な研究として、３節においてはロバスト制御系の解析および設計に関する理論的研究、４節においてはコンピュータによる制御のための理論的研究について紹介する。

2．空気圧サーボ系の２自由度LQI制御

サーボ系とは、一般に、制御量（制御したい物理量）を所望の時間関数に沿うように変化させるための制御系のことであるが、ここでいう空気圧サーボ系とは、圧縮空気による駆動力を使った、メカニカルシステムにおける位置・速度・角度等を制御量とする制御系のことである。現状のこういったシステムの多くは、電気（モータ）や油圧などによる駆動力を用いたものであるが、空気圧サーボ系は、圧縮空気の力を用いて作業テーブルやアーム等を駆動するものである。シリンダ等に圧縮空気を送り込むことでピストン等を動かし、その動きを外部に取り出すことで位置決めを行う（図１）。

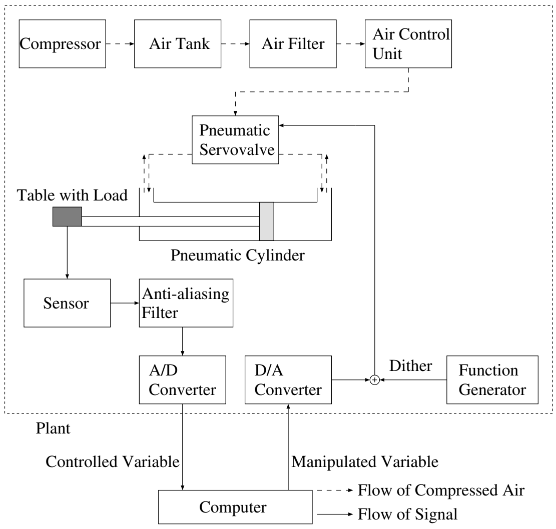

図1．空気圧サーボ系の構成図

圧縮空気を使った機器には、電気や油圧を使った機器にはない、１）火花の発生や引火・

爆発の心配がなく、作業環境によらず安全、２）駆動のために使用した圧縮空気は、そのまま大気に解放すればよく、とくに油圧機器と比べて配管が単純かつクリーンであり、コスト低減やメインテナンス性の向上が図れる、３）低重量に比して高い出力が得られる、などの特長があるが、これまで精密な制御を目的とした用途（フィードバック制御）には不向きとされてきた。その大きな理由の一つに、空気の低剛性（圧縮されやすさ）がある。上では、シリンダ内に圧縮空気を送り込めばピストンが動くと単純に述べたが、実際には空気が容易に圧縮されてしまうため、（メカニカルシステム全体としての動特性・周波数特性に関する話を切り離して考えても）ピストンがどのように動くかはそれほど単純ではない。また、このことがシリンダとピストン間の摩擦の影響を顕在化させ、jerking motion などと呼ばれる明らかに目視可能なほどの（定常的な）ふらつき・がたつき動作を引き起こしやすい。これを十分に回避することの難しさのため、空気圧機器による制御系は、非常に粗い精度でも十分な場面に限定されて使われてきたが、当研究室で開発された汎用的な制御手法（２自由度LQIサーボ系[1)]）をこれに適用することで、センサーの分解能に迫る極めて高い精度での位置決め制御を実現している。空気の圧縮性は、制御を難しくする大きな要因ではあるが、これが高度な制御手法により克服されるならば、むしろ特長ともなり得るものである。例えば、回転式自動ドアや車の電動ウィンドウでの不幸な事故がかつて報道されたことがあっても、電車のドアでの同様な話は耳にしない。空気の圧縮性は、ハードウェア自身が本質的に安全装置となる「柔らかい装置」としての働きを引き出し得るものである。そのため、すでに述べた他の特長とも相まって、人と通常の生活空間（例えば家庭や病院）で頻繁、密接に触れあう支援ロボットや介護ロボットなどへの応用も期待されるものである。

なお、上述の２自由度LQIサーボ系とは、I（=integral: 積分）動作を含むLQ型制御系のことである。ここで、LQ は線形（linear）システムに対する２次形式(quadratic)評価関数のもとでの最適制御を指す。制御系設計において重要なフィードバック特性と目標値追従特性のそれぞれに対して独立な評価関数を設定し、両者を同時に最適化することを可能とする（２自由度最適性）特別な構造の制御装置を理論的に導出したものである。２自由度最適性に対応する形で、設計を２つのフェーズに分離して進めることができ、各フェーズでの設計と制御仕様との対応関係も明確であるため、ここで紹介した制御系に限らずさまざまな制御系を対象として使いやすい制御手法であるという特長もあわせ持つ。

３．ロバスト制御系の解析および設計理論

３．１　ロバスト制御系とは

前節では空気圧サーボ系において良好な制御性能が達成できていることを紹介したが、例えば、作業テーブル上の負荷重量が大きく変動した場合には、jerking motion が押えきれなくなることがある。ごく端的にいえば、現状は負荷が既知である場合（もしくはその不確かさがあまり大きくはない場合）に対して、適切な制御系設計を行うことで高い制御性能が実験的にも得られているということである。このような意味での性能は、ノミナル性能と呼ばれている。しかし、例えば多品種少量生産の現場での利用を念頭におけば、現実には、負荷の質量や性質を最初から細く規定できるとは限らない。制御系としては、さまざまな負荷をあらかじめ想定し、その範囲のいかなる負荷に対しても（できれば負荷には依存しない固定された制御系で）良好な制御性能を発揮するように設計されることが望ましい。このように、理想とする状況から大きく変化しても保証される（すなわち、想定範囲内の状況変化のもとで最悪の）制御性能は、ロバスト性能と呼ばれる。

制御系のおかれた状況が最初に（すなわち、制御系の設計時に）想定した状況からずれてしまう要因（単純に、不確かさと総称する）は上記のような負荷の変動だけにとどまるものではない。他にも例えば、各種パラメータの正確な測定ができないこと、動特性・周波数特性の正確な把握が実験的に困難であること、部品や製品ごとに特性にばらつきがあること、また特性が経年変化すること、等々をあげることができるが、こういった不確かさは前節で取り上げた空気圧サーボ系にとどまらず、あ

りとあらゆる制御系において普遍的なものである。したがって、不確かさが事前に想定する範囲内のものである限り、その影響を極力受けないような、あるいはその影響が事前に指定した許容範囲内にとどまることが保証されるような制御系（ロバスト制御系と呼ばれる）を設計することが望ましい。あるいは、それを事前に保証することが難しい場合であっても、仮に制御系を設計した時点では、想定する範囲内での不確かさに対する最悪ケースのロバスト性能がいかなるものとなるのか（したがって、仮に設計したその制御系は現場において実際に許容できるものなのか)、少なくとも事後には正確に解析できることが望ましい。こういったロバスト制御系設計や制御系のロバスト性解析を、できるだけ一般的な状況で、より正確かつより合理的に行うための方法論を発展させるための理論的研究は、前節で紹介した一例を越えた幅広い応用分野を見据え、実用上も極めて重要な課題であり、当研究室でも精力的に取り組んでいる。

３．２　ロバスト制御系の理論的な取り扱い

前項であげた設計や解析の問題に関して、とくに後者のような解析ならばそれは簡単なことであると思われるかもしれないので、もう少し補足したい。例えば制御系に含まれるパラメータの不確かさが、上限値・下限値で規定されるある区間で与えられるとき、最悪ケースの性能が、区間の上限値または下限値のいずれかに等しいパラメータ値において生じるという保証は、一般にはない。そのため結局、与えられた（連続）関数$f(x)$のある区間内での最大値Fをいかにして求めるかということと同等の話となる[†]。この比喩に基づいて、ロバスト制御の研究に関して簡単に触れておきたい。

$f(x)$の最大値を（近似的に）求める（ロバスト性能解析）のであれば、その区間内からたくさんのサンプル$x_i\ (i=1,\ \dots\ ,N)$を選び、$\tilde{F}=\max_{i=1,\ \dots\ ,N} f(x_i)$を求めればよいと考えるのは自然である。しかし、この方法ではまず、(x_i以外の）なにがしかのx'において、実は$f(x')$の値が$\tilde{F}$よりはるかに大きくなっている心配はないのかという不安が付きまとう。そのためにはNを十分大きくとればよかろうが、そのようにすることに伴う計算時間の増大が許容できたとしても、こういった方向での単純な取り扱いは、(少なくともその単純さをそのまま利用する限りにおいては）ロバスト性能解析よりさらに難しいロバスト制御系設計に取り組むための理論的な足掛かりをほとんど与えないのである。そういう足掛かりから築いていくためには、$x_i\ (i=1,\ \dots\ ,N)$のようなサンプル点を考えることなく不確かさの範囲全体を「一網打尽にする」ような解析法の開発が極めて重要である。$f(x)$の比喩でいえば、その最大値F（もしくはその上界値U）を厳密に求めようとすることに対応する[††]。

おおざっぱな言い方になるが、当研究室では、コンピュータに基づく制御系解析や設計と親和性の高い方法論、すなわち、このような「一網打尽」を理論的に保証することで「コンピュータの莫大な計算パワーを最大限の効率で活用できる制御系解析や設計のための制御理論」の開発に取り組んでいる。具体的には、“制御系の解析や設計において現れる$f(x)$”の性質を線形行列不等式と呼ばれる性質のよい道具立てなどに結び付けることで、解析や設計の問題を数値最適化問題に変換し、できるだけ一般的な状況において効率よく（計算時間だけでなく、できるだけ無用に大きくないUを求めることも含まれる）解析でき、さらにロバスト制御系設計へと発展しうるような各種の手法を開発する、という理論的研究を展開している[2)]。

---

† 制御系の性能は、通常、小さいほど高い性能に対応するように数値化（非負）される。最大値Fを厳密に求めるのが難しい場合であっても、少なくとも、最悪ケースの性能でさえある基準をクリアしていることを確認したい。よって、最大値がある既知の値Uを越えないという保証が得られれば、それでも意味がある場合もある。なお、実際には、“ロバスト制御系における$f(x)$”はxの陽な関数として表されるわけではなく、またxは通常、多変数であることを付言しておく。

†† 上界値Uを厳密に求めるとは、$F \leqq U$ であることが、なんらの近似的な考察を経ることなく確実に断言できるような、そういうU（のうち、合理的な時間内で求められるようななるべく小さいもの）を求めることを指す。

このような研究の一端を簡単な数値例を通して紹介しておく。図２は、不確かな実パラメータx_1およびx_2をもつ制御系のロバストH_2性能の解析に関するものである。x_1, x_2がともに区間［-1, 1］内の値をとる場合の“H_2性能$f(x_1, x_2)$”の最大値Fを求めることが問題である。図ではパラメータx_1, x_2を0.02ごとに刻んで、合計51^2個の格子点上で計算した$f(x_1, x_2)$を表示している。このデータを得るのに要した計算時間は 14.3 秒、格子点上に限った最大値は 3.514（x_1=0.92, x_2=-1.00）である。一方、線形行列不等式に基づいて導かれた計算法によれば、格子点以外のx_1, x_2もすべて考慮したfの上界値が3.515であることを、計算時間2.3 秒で確認できる。

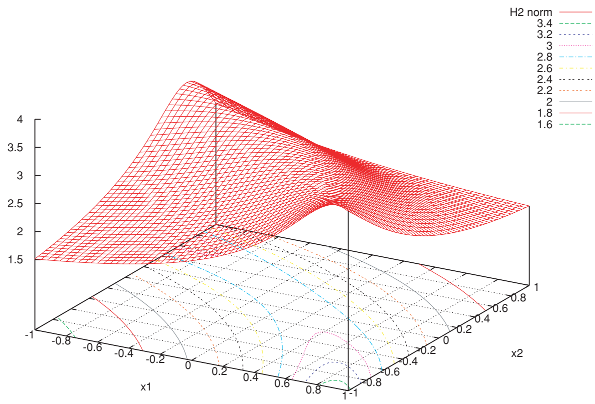

図２．ロバストH_2性能解析の一例

４．コンピュータによる制御のための理論

４．１　ディジタル制御系とサンプル値制御系

２節で紹介した空気圧サーボ系は、図１に示した通り、コンピュータを制御装置として閉ループ系に組み込んで利用しているが、この例に限らず、今では、制御系のほとんどはディジタル計装となっている。サンプリング周期Tをいったん決めてしまえば、時間Tごとの制御系内の信号の変化を眺めることで制御系の解析等が行える。これが古くからのディジタル制御系としてのもっとも基本的な考え方である。しかし、前節で紹介したロバスト制御性能について考察する場合には、この単純な考え方では不十分であることを、ある実際の制御系のモデルに基づく解析結果の例（表１）を通してまず紹介しておこう。この例は、制御対象のもつ不確かさを考慮しない場合に所望の性能を達成することを保証するよう設計された制御系において、実際にどの程度の大きさまでの不確かさが許容されるか（どこまでの不確かさのもとで所望の性能が保たれるか）を調べたものである。上記の単純な考え方に基づく解析は左端の N=1 の欄に示してあり、実際に許容される厳密な範囲の3.2倍以上もの不確かさが許容できるという誤った判定結果となってしまうことがわかる。このことは、この判定結果を信じて実際に制御系を利用した場合には、全く予想もしなかった危機的な状況に至りうる危険性があることを示すものであって、したがって、このような単純な考え方による解析は一般には許容できないと考えるべきである。サンプリング周期ごとの信号に着目するだけでなく、（オンラインの制御におけるサンプリング周期は同じに保ったまま）解析時における１サンプリング周期あたりの信号のサンプル数Nを増やして解析すれば、表１に示したように結果の改善は見られるものの、N=5 では20%程度、N=20 でもまだ１%の誤差が残る。このような問題はつねに生じ得るものであり、それを回避して厳密な制御系の解析や設計を行うことを可能にする理論（表１の右端の欄はそのような方法により解析した結果である）、すなわちサンプル値制御系の理論について、本研究室ではその整備に向けて精力的に研究を行っている。

表１．ロバスト性解析の一例（許容されるパラメータ不確かさの大きさの解析）

ディジタル制御の考え方による近似解析					厳密解析
近似度N	1	5	10	20	—
解析結果	3.111	1.145	0.999	0.968	0.958

４．２　サンプル値制御系の理論的な取り扱い

前節で述べた比喩に対応させて言うならば、結局、サンプル値制御系の理論とは、サンプリング周

期間での制御系内の各種信号のこまめなサンプルに基づいて解析や設計をするのではなく[†††]サンプリング周期の間のあらゆる時刻を「一網打尽にする」形で厳密な解析や設計を行うことを可能とするための理論的基盤であるということができる。しかし、同じ「一網打尽」であっても、前節のような不確かさの空間でのそれとは異なり、制御系の動特性（あるいは周波数特性）自身と直接的な関係にある時間軸に関してのそれであるため、様相はかなり異なる。具体的なアプローチとしてはいくつかのものがあるが、基本的には、考慮する信号すべてからなる集合、すなわちある関数空間を考え、サンプル値制御系における外乱信号から制御量への応答を、入力側関数空間から出力側関数空間への写像（すなわち作用素）として取り扱う、関数解析的なアプローチになる。このようなアプローチには、膨大な蓄積を持つ関数解析の成果を利用して解析や設計を行える可能性がある反面、関数空間の無限次元性に由来する数値計算の困難に直面する可能性もある。しかし幸い、多くの実際的な研究課題について、厳密に、あるいは任意に指定した許容誤差の範囲で、（許容誤差に依存しないサイズの）有限次元の問題に帰着されることが明らかになっている。そこにはある種の必然性があると考えられ、さらに一般的な理論の整備へ向けて研究を進めている[3)]。

5　おわりに

当研究室では、どちらかといえば、制御技術を向上させるための方法論を制御理論の立場から数理的に研究し、それを実際の制御系に応用して有効性を確認すると同時に、理論面での不足部分を検証してさらなる研究の推進に結び付ける、という立場で研究に取り組んでいる。本稿は、このあたりの様子をご理解いただくための流れとして、ある意味で上記とは逆順の構成とさせていただいた。また、具体的な個々の研究の内容に関しては、これまで同様、本誌にて紹介させていただく機会があると考え、詳細にはほとんど立ち入らず、研究課題の在所とそれへの取り組みについての基本的なアプローチについてごく平易に紹介をさせていただくに留めた。基本となる研究成果や比較的最近の研究成果の一端を残されたスペースで参考文献としてあげさせていただくことでご容赦いただければ幸いである。

参考文献

1）T. Hagiwara, T. Yamasaki and M. Araki: Two-Degree-of-Freedom Design Method of LQI Servo Systems: Disturbance Rejection by Constant State Feedback; International Journal of Control, Vol. 63, No. 4, pp. 703--719 (1996).

2）Y. Ebihara and T. Hagiwara: A Dilated LMI Approach to Robust Performance Analysis of Linear Time-Invariant Uncertain Systems; Automatica, Vol. 41, No. 11, pp. 1933--1941 (2005).

3）T. Hagiwara: A Study on the Spectrum of the Sampled-Data Transfer Operator with Applications to Robust Exponential Stability Problems, SIAM Journal on Control and Optimization, Vol. 44, No. 1, pp. 313--327 (2005).

†††このように述べると、非常に混乱を招くおそれがあるので付記しておくが、サンプル値制御系というときの「サンプル値」とは、制御装置が利用するデータがあくまでも連続的に変化する信号のサンプリング周期ごとの観測値である「サンプル値」に過ぎないこと、逆に言えば、制御性能を高める上でもっとも重要なものは、時々刻々と変化する連続時間信号自身であることを決して忘れてはならないということを強調するために用いられている術語である。厳密な取り扱いをする手段として、制御装置が実際に観測できるものの他に、サンプリング周期間での信号の離散的なN点での仮想的な観測値（サンプル）についてまで目を向けて考察する（表１における左側の欄に対応）、という方向を指しているのではないということである。